

Exemple p. 124

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

• 3 colonnes pivots
(x_1, x_2, x_3 de base)

• 1 colonne non pivot
(x_4 libre)

$$\Rightarrow \text{rang}(A) = 3$$

$$\dim \ker(A) = 1$$

$$\text{Im}(A) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \text{ et ces 3}$$

vecteurs sont lin. indépendants

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \ker(A) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 4x_4 = 0 \\ x_2 + 3x_4 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \\ x_4 \text{ libre} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \vec{x} = t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \ker(A) = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$